

Nome Cognome.....

ESAME di GEOMETRIA - Settembre 2023 -

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

- 1) Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso $z = (1 + i)^{51}$.

[]

- 2) Determinare un polinomio $P(x)$ a coefficienti reali che abbia $1 + i$ come radice e tale che $P(1) = 3$.

[]

- 3) Determinare quante soluzioni ha il seguente sistema lineare al variare di $h \in \mathbb{R}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & h \\ 2 & h+1 \\ 0 & h+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[]

- 4) Sia data la conica $C : x^2 + 2xy + y^2 - 9 = 0$. Dire che tipo di conica e' C e trovarne un punto.

[]

- 5) Trovare un'equazione per un piano passante per l'origine e parallelo alla retta $x + 1 = y + 2z = 0$.

[]

Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- 6) Dire se la matrice A e' diagonalizzabile e, se lo e', trovare una matrice diagonale simile ad A .

[]

- 7) Determinare la trasposta di A e dire se e' invertibile.

[]

- 8) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una trasformazione lineare tale che $f(1, 0, 0) = (0, 0, -1)$, $f(0, 3, 0) = (0, -2, 2)$, $f(0, 1, 1) = (0, -1, 1)$. Trovare $f(1, 1, 2)$.

[]

- 9) Sia f la trasformazione lineare dell'esercizio 8). Dire se f e' iniettiva e trovare equazioni per il nucleo di f .

[]

- 10) Enunciare il teorema di Rouché-Capelli.

[]